مجموع وفرق عددين جذريين

I - مجموع وفرق عددين جذريين:

1) – قاعدة 1 :

$\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{b}$ عددان جذريان .

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$$

* أمثلة :

$$\frac{2}{5}+\frac{-11}{5}=\frac{2-11}{5}=\frac{-9}{5}$$

$$\frac{3}{-7}+\frac{5}{7}=\frac{-3}{7}+\frac{5}{7}=\frac{-3+5}{7}=\frac{2}{7}$$

$$\frac{-3}{7}-\frac{-5}{-7}=\frac{-3}{7}-\frac{5}{7}=\frac{-3-5}{7}=\frac{-8}{7}$$

$$\frac{6}{11}-\frac{-5}{11}=\frac{6-(-5)}{11}=\frac{6+5}{11}=\frac{11}{11}=1$$

2) – قاعدة 2 :

$\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددان جذريان .

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}+\frac{bc}{bd}=\frac{ad+bc}{bd} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}-\frac{bc}{bd}=\frac{ad-bc}{bd}$$

* أمثلة :

$$\frac{3}{5}+\frac{-4}{3}=\frac{3\times3}{5\times3}+\frac{-4\times5}{5\times3}=\frac{9}{15}+\frac{-20}{15}=\frac{-11}{15}$$

$$\frac{-7}{8}-\frac{5}{12}=\frac{-21}{24}-\frac{10}{24}=\frac{-21-10}{24}=\frac{-31}{24}$$

$$\frac{6}{-7}+\frac{11}{14}=\frac{-12}{14}+\frac{11}{14}=\frac{-12+11}{14}=\frac{-1}{14}$$

3) – العددان الجذريان المتقابلان:

*** تعريف :**

نقول أن العدد الجذري $\frac{a}{b}$ هو مقابل العدد الجذري $\frac{x}{y}$

إذا كان : $\frac{a}{b}+\frac{x}{y}=0$.

*** أمثلة :**

-- مقابل العدد $\frac{-5}{2}$ هو العدد $\frac{5}{2}$

-- مقابل العدد $\frac{-5}{-11}$ هو العدد $-\frac{5}{11}$

-- مقابل العدد $\frac{9}{-13}$ هو العدد $\frac{9}{13}$

-- مقابل العدد $\frac{22}{17}$ هو العدد $-\frac{22}{17}$

4) – قاعدة ترتيب حدي مجموع :

*** مثال :**

لدينا :

$$\begin{cases} \frac{2}{5}+\frac{-1}{7}=\frac{14}{35}+\frac{-5}{35}=\frac{14+(-5)}{35}=\frac{9}{35} \\ \frac{-1}{7}+\frac{2}{5}=\frac{-5}{35}+\frac{14}{35}=\frac{-5+14}{35}=\frac{9}{35} \end{cases}$$

نلاحظ أن : $\frac{2}{5}+\frac{-1}{7}=\frac{-1}{7}+\frac{2}{5}$

*** قاعدة :**

لا يتغير مجمـــــوع عددين جذريين إذا غيرنا ترتيبحديه

*** :**

بتعبير آخر :

$\frac{a}{b}$ و $\frac{x}{y}$ عددان جذريان .

$\frac{a}{b}+\frac{x}{y}=\frac{x}{y}+\frac{a}{b}$

II - مجموع ثلاث أعداد جذرية:

1) – قاعدة :

a و b و c أعداد جذرية.

$$a+b+c=a+(b+c)$$
$$=(a+b)+c$$
$$=(a+c)+b$$

1) – أمثلة :

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{3}+\frac{4}{5}=\left(\frac{2}{5}+\frac{4}{5}\right)+\frac{1}{3}$$
$$=\frac{6}{5}+\frac{1}{3}$$
$$=\frac{18}{15}+\frac{5}{15}$$
$$=\frac{23}{15}$$

$$-\frac{5}{3}+\frac{7}{3}-\frac{1}{9}=\left(-\frac{5}{3}+\frac{7}{3}\right)-\frac{1}{9}$$
$$=\frac{-5+7}{3}-\frac{1}{9}$$
$$=\frac{2}{3}-\frac{1}{9}$$
$$=\frac{6-1}{9}$$
$$=\frac{5}{9}$$

$$\frac{8}{3}-\frac{3}{10}+\frac{1}{10}=\frac{8}{3}-\left(\frac{3}{10}-\frac{1}{10}\right)$$
$$=\frac{8}{3}-\frac{2}{10}$$
$$=\frac{8}{3}-\frac{1}{5}$$
$$=\frac{40-3}{15}$$
$$=\frac{37}{}$$

جذاء وخارج عددين جذريين

I - جذاء عددين جذريين:

1) – قاعدة:

$\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددان جذريان. $\quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

2) – قاعدة الإشارات:

نعتبر $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددين جذريين.

-- يكون $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} > 0$ إذا كان للعددين الجذريين $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ نفس الإشارة

-- يكون $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} < 0$ إذا كان للعددين الجذريين $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ إشارتين مختلفتين

*** أمثلة:**

$$\frac{-3}{-16} \times \frac{-10}{18} = \frac{-1}{-8} \times \frac{-}{6} \quad = \frac{5}{-48}$$

$$\frac{2}{5} \times \frac{-1}{7} = \frac{2 \times (-1)}{5 \times 7} = \frac{-2}{35}$$

$$\frac{12}{15} \times \frac{5}{-7} = \frac{12}{3} \times \frac{1}{-7} = \frac{4}{1} \times \frac{1}{-7} = \frac{4 \times 1}{1 \times (-7)} = \frac{4}{-7}$$

$$3{,}2 \times \frac{4}{-16} = \frac{-32}{10} \times \frac{4}{-16} = \frac{-2}{5} \times \frac{2}{-1} = \frac{-4}{-5} = \frac{4}{5}$$

3) – جذاء عدد جذري و واحد:

*** قاعدة:**

$\frac{a}{b}$ عدد جذري. $\quad \frac{a}{b} \times 1 = 1 \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$

* أمثلة:

$$1\times\left(-\frac{5}{7}\right)=-\frac{5}{7} \quad ;; \quad \frac{5}{-9}\times1=\frac{5}{-9} \quad ;; \quad 1\times\frac{-7}{5}=\frac{-7}{5} \quad ;; \quad \frac{11}{8}\times1=\frac{11}{8}$$

4) – جذاء عدد جذري وصفر:

* قاعدة:

$\frac{a}{b}$ عدد جذري.

$$\frac{a}{b}\times0=0\times\frac{a}{b}=0$$

* أمثلة :

$$\frac{117}{58}\times0=0 \quad ;; \quad 0\times\left(-\frac{157}{661}\right)=0 \quad ;; \quad \frac{-8}{11}\times0=0$$

5) – خـاصية إضافية:

a و b عددان عشريان نسبيان بحيث : $b\neq0$.

$$a\times\frac{1}{b}=\frac{1}{b}\times a=\frac{a}{b}$$

* مثال :

$$51\times\frac{1}{-8}=\frac{51}{-8} \quad ;; \quad \frac{1}{7}\times(-11)=\frac{-11}{7}$$

II – جذاء ثلاثة أعداد جذرية:

1) – قاعدة:

a و b و c أعداد جذرية .

$$a\times b\times c=a\times(b\times c)$$
$$=(a\times b)\times c$$
$$=(a\times c)\times b$$

2) – أمثلة:

$$A=\frac{2}{5}\times\frac{-10}{2}\times\frac{1}{7}$$
$$=\left(\frac{2}{5}\times\frac{-10}{2}\right)\times\frac{1}{7}$$

$$B = 2{,}5 \times \frac{3}{4} \times 10$$
$$= (2{,}5 \times 10) \times \frac{3}{4} = \frac{25}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{75}{4}$$

$$C = \frac{3}{2} \times 0{,}5 \times \frac{1}{5}$$
$$= \frac{3}{2} \times \left(\frac{5}{10} \times \frac{1}{5}\right)$$
$$= \frac{3}{2} \times \left(\frac{1}{10} \times \frac{1}{1}\right) = \frac{3}{2} \times \frac{1}{10} = \frac{3}{20}$$

III - خارج عددين جذريين:

1) – مقلـوب عدد جذري غير منعدم:

* قاعدة :

a عدد جذري غير منعدم .

مقلـوب العدد a هو العدد $\frac{1}{a}$.

نرمز له بالرمز a^{-1} و نكتب : $a^{-1} = \frac{1}{a}$

* مثال :

مقلـوب العدد الجذري -5 هو : $(-5)^{-1} = \frac{1}{-5}$

مقلـوب العدد الجذري $\frac{-3}{7}$ هو : $\left(\frac{-3}{7}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{-3}{7}} = \frac{7}{-3}$

2) – خاصية:

$\frac{a}{b}$ عدد جذري غير منعدم . $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$

x عدد جذري غير منعدم . $x \times x^{-1} = 1$

*مثال :

$\frac{11}{-8} \times \frac{-8}{11} = 1$;; $\frac{141}{200} \times \left(\frac{141}{200}\right)^{-1} = 1$

* تمرين تطبيقي :

x و y عددان جذريان غير منعدمين.

بين أن : $A = 2 + 2xy$

الحـل:

لدينا :

$$\begin{aligned} A &= x\left(x^{-1} + y\right) + y\left(x + y^{-1}\right) \\ &= x \times x^{-1} + x \times y + y \times x + y \times y^{-1} \\ &= 1 + xy + xy + 1 \\ &= 1 + 1 + xy + xy \\ &= 2 + 2xy \end{aligned}$$

3) – خارج عددين جذريين :

* قاعدة :

$\frac{a}{b}$ و $\frac{x}{y}$ عددان جذريان بحيث $x \neq 0$.

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{x}{y}} = \frac{a}{b} \times \frac{y}{x} = \frac{ay}{bx}$$

* تمرين تطبيقي :

أحسب ما يلي مع الاختزال إذا كان ممكنا :

$$\frac{-5}{21} \div \frac{25}{7} \quad ;; \quad \frac{\frac{-12}{23}}{\frac{-23}{12}} \quad ;; \quad \frac{\frac{102}{15}}{-9}$$

الحـل :

$$\frac{-5}{21} \div \frac{25}{7} = \frac{-5}{21} \times \frac{7}{25} = \frac{-1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{-1}{15}$$

$$\frac{\frac{-12}{23}}{\frac{-23}{12}} = \frac{-12}{23} \times \frac{12}{-23} = \frac{-144}{-529} = \frac{144}{529}$$

$$\frac{\frac{102}{15}}{-9} = \frac{102}{15} \times \frac{1}{-9} = \frac{34}{15} \times \frac{1}{-3} = \frac{34}{-45}$$